

Terza parte

FONDAMENTI

di

MECCANICA OPERAZIONALE

PREMESSA

Abbiamo criticato molte affermazioni di Minkowski, ma condividiamo senza riserve l'apertura della sua comunicazione:

“... lo spazio in sé, ed il tempo in sé, sono destinati a svanire come ombre, e soltanto l'unione dei due conserverà una realtà indipendente.”

A Minkowski va riconosciuto il merito di avere concepito per primo il tempo come quarta dimensione, ma sull'uomo di scienza ha prevalso l'irritazione per essere stato superato da un allievo poco stimato, la presunzione del professore e l'orgoglio del matematico hanno fatto il resto. Così ha creduto di poter derivare le leggi della Relatività soltanto da geniali considerazioni matematiche sui gruppi di trasformazione.

In realtà le equazioni di Maxwell e le trasformazioni di Lorentz si fondano su osservazioni sperimentali che non possono essere dedotte da considerazioni di pura Matematica. Le trasformazioni di Lorentz hanno rilevanti e ben note proprietà matematiche, ma derivano da fatti fisici assolutamente non prevedibili per via matematica.

TRASFORMAZIONI IN NOTAZIONE ESPLICITA

La teoria di Einstein consegue da proprietà fisiche dello spazio-tempo, mentre abbiamo visto che la formulazione di Minkowski riguarda uno spazio matematico che non corrisponde alla realtà fisica. Seguendo rigorosamente gli stessi principi su cui si fonda la teoria di Einstein si perviene ad una nuova Meccanica relativistica a quattro dimensioni, congruente con la Meccanica classica di Galileo e con la teoria elettromagnetica. Premettiamo alcune importanti considerazioni sulle notazioni usate nelle trasformazioni di Lorentz, di solito scritte nella forma seguente:

$$x' = \Gamma (x - U t); \quad t' = \Gamma \left(t - \frac{U}{c^2} x \right).$$

Consideriamo due oggetti A e B nelle posizioni x_a e x_b , la distanza (*separazione spaziale*) fra A e B è data dalla differenza $l = x_b - x_a = \Delta x$. Se A coincide col punto-origine ($x_a = 0$) abbiamo $\Delta x = x_b - 0 = x_b$. In altre parole se la coordinata dell'origine è $x_o = 0$, la notazione implicita (x) può sostituire la notazione esplicita (Δx) .

Per la coordinata temporale occorre considerare che le proprietà del tempo sono del tutto differenti da quelle dello spazio. Nelle situazioni da cui si ricavano le trasformazioni di Lorentz (interferometro di Michelson o simultaneità di Einstein) la variabile t rappresenta l'intervallo di tempo (*separazione temporale*) fra due eventi, uno dei quali è assunto come istante iniziale ($t_o = 0$). In questi casi spazio e tempo sono trattati separatamente, le coordinate spaziali x, y, z sono determinate rispetto al sistema di riferimento, mentre la coordinata temporale è riferita all'istante iniziale $t_o = 0$ arbitrariamente stabilito. L'espressione della coordinata temporale risulta:

$$\Delta t = t - t_o = t.$$

Anche in questo caso la notazione esplicita (Δt) è equivalente a quella implicita (t), essendo sottinteso che per l'evento-origine sia $t_o = 0$.

Nella Meccanica tridimensionale, classica o relativistica, è lecito usare le espressioni implicite (x) e (t) in sostituzione delle forme esplicite degli intervalli (Δx) e (Δt) . La stessa cosa vale per lo spazio-tempo matematico di Minkowski, perché il punto-evento che rappresenta l'origine ha l'espressione $O(x_0=0, y_0=0, z_0=0, t_0=0)$.

Riassumendo (x) e (t) sono notazioni implicite che rappresentano gli intervalli in forma esplicita $\Delta x = (x - x_0)$ e $\Delta t = (t - t_0)$, essendo sottinteso che l'origine spaziale sia $O(x_0=0, y_0=0, z_0=0)$ e che l'origine della coordinata temporale sia fissata al valore $t_0=0$. Per una Meccanica relativistica dello spazio-tempo fisico dobbiamo invece considerare il fatto fondamentale che il tempo passa per qualunque oggetto appartenente al mondo reale. Parafrasando Eraclito assumiamo per postulato che:

lo stato fisico di tutti gli oggetti è funzione del tempo.

Questo vale per tutti i punti del sistema di riferimento spazio-temporale ed in particolare per il punto-origine O , la cui coordinata temporale non può essere $t_{(O)}=0$ ma risulta $t_{(O)}=t$ (non si confonda la coordinata temporale dell'origine $t_{(O)}$ con l'istante iniziale $t_0=0$!!!).

Per conseguenza tutti gli orologi del riferimento stazionario (inizialmente sincronizzati) segnano sempre lo stesso tempo $t_{(O)}=t$ che segna l'orologio posto nell'origine. Essendo l'origine $O(0, 0, 0; t)$, per la posizione generica di un oggetto fisico è $P(\Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta t)$ abbiamo $\Delta x = x$, $\Delta y = y$, $\Delta z = z$, mentre Δt è la separazione temporale di P dall'oggetto-origine O . In questo caso è chiaro che non si può usare (t) in sostituzione della notazione esplicita (Δt) .

Se il punto P è stazionario abbiamo $\Delta t = 0$, se invece P si muove, cioè appartiene ad un altro riferimento S' , la sua coordinata temporale risulta $\Delta t = t' - t$. Poiché P ed O sono due punti dello *spazio-tempo fisico*, rappresentano cioè la posizione di due oggetti fisici, risulta che la *separazione temporale* Δt va riferita ad oggetti fisici.

In questo caso Δt rappresenta la *separazione temporale fra oggetti fisici*, concetto del tutto differente dall'*intervallo di tempo fra eventi*. Questa è la differenza fondamentale fra la *Meccanica degli eventi* di Minkowski e la *Meccanica operativa dello spazio-tempo fisico*.

Il concetto di *separazione temporale fra oggetti fisici* non è affatto nuovo, infatti è già formulato chiaramente nell'articolo del 1905 e, accelerazioni a parte, corrisponde alla differenza di invecchiamento nel paradosso dei gemelli. A nostro avviso l'importanza e le conseguenze di questo concetto non sono state valutate a sufficienza.

In notazione esplicita (Δx e Δt) le trasformazioni di Lorentz sono:

$$\Delta x' = \Gamma (\Delta x - U \Delta t) ; \quad \Delta t' = \Gamma \left(\Delta t - \frac{U}{c^2} \Delta x \right).$$

L'espressione completa della separazione temporale Δt sarà stabilita nei prossimi paragrafi, ma ripetiamo che Δt rappresenta la *separazione temporale* dell'oggetto-fisico che si trova nel punto P, dall'oggetto-fisico che rappresenta l'origine del sistema di riferimento spazio-temporale.

DETERMINAZIONE DEL COEFFICIENTE TEMPORALE

In un riferimento cartesiano la distanza del punto P(x, y, z) dall'origine O(x₀, y₀, z₀), è data dall'espressione:

$$l = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2},$$

dove $\Delta x = x - x_0$, $\Delta y = y - y_0$, $\Delta z = z - z_0$. La distanza l rappresenta lo spazio fisico che separa il punto P dall'origine O. Lo stesso concetto deve valere in termini operazionali anche per la coordinata temporale Δt , che per omogeneità dimensionale sarà moltiplicata per un fattore α con le dimensioni di una velocità, in modo che il prodotto $\alpha \Delta t$ abbia le dimensioni di una lunghezza.

La distanza spazio-temporale assume allora la forma:

$$L = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 + \alpha^2 \Delta t^2}.$$

In configurazione standard abbiamo $\Delta y = \Delta z = 0$, quindi si può scrivere:

$$L = \sqrt{\Delta x^2 + \alpha^2 \Delta t^2}.$$

Per la separazione L devono valere i tre criteri di validazione, in particolare deve valere la condizione di invarianza $L' = L$:

$$(\Delta x')^2 + (\alpha \Delta t')^2 = (\Delta x)^2 + (\alpha \Delta t)^2.$$

Dalle trasformazioni di Lorentz in notazione esplicita si ottiene:

$$\begin{aligned} (\Delta x')^2 + (\alpha \Delta t')^2 &= \Gamma^2 \left[(\Delta x - U \Delta t)^2 + \alpha^2 \left(\Delta t - \frac{U}{c^2} \Delta x \right)^2 \right] = \\ &= \Gamma^2 \left[\Delta x^2 + U^2 \Delta t^2 + \alpha^2 \Delta t^2 + \frac{\alpha^2 U^2}{c^4} \Delta x^2 - 2U \left(1 + \frac{\alpha^2}{c^2} \right) \Delta x \Delta t \right] = \\ &= \Gamma^2 \left[\left(1 + \frac{\alpha^2 U^2}{c^4} \right) \Delta x^2 + \left(1 + \frac{U^2}{\alpha^2} \right) \alpha^2 \Delta t^2 - 2U \left(1 + \frac{\alpha^2}{c^2} \right) \Delta x \Delta t \right] = \\ &= (\Delta x)^2 + (\alpha \Delta t)^2. \end{aligned}$$

Uguagliando i coefficienti dei termini omologhi si ottiene:

$$\Gamma^2 \left(1 + \alpha^2 \frac{U^2}{c^4} \right) = 1 \Rightarrow \left(1 + \alpha^2 \frac{U^2}{c^4} \right) = 1 - \frac{U^2}{c^2} \Rightarrow \alpha^2 = -c^2.$$

$$\Gamma^2 \left(1 + \frac{U^2}{\alpha^2} \right) = 1 \Rightarrow \left(1 + \frac{U^2}{\alpha^2} \right) = 1 - \frac{U^2}{c^2} \Rightarrow \alpha^2 = -c^2.$$

$$2\Gamma^2 U \left(1 + \frac{\alpha^2}{c^2} \right) = 0 \Rightarrow \left(1 + \frac{\alpha^2}{c^2} \right) = 0 \Rightarrow \alpha^2 = -c^2.$$

Fortunatamente si ottiene sempre il solo risultato $\alpha^2 = -c^2$, quindi l'espressione di L diventa:

$$L = \sqrt{\Delta x^2 - c^2 \Delta t^2}$$

Minkowski ha introdotto artificiosamente nella sua formulazione il coefficiente immaginario $i = \sqrt{-1}$ senza nessuna giustificazione fisica, soltanto per dare forma pitagorica all'espressione di Poincaré, in modo da poterla interpretare come distanza nello spazio matematico dei punti-evento.

Nella *Meccanica relativistica operativa* invece il coefficiente immaginario deriva dal fattore $\alpha = \pm i c$, che si ricava in modo naturale dalla condizione di invarianza della *separazione spazio-temporale* fra oggetti fisici.

LA SEPARAZIONE OPERAZIONALE

Per determinare completamente l'espressione della separazione L occorre ricavare l'intervallo Δt seguendo rigorosamente il *Principio operativo*. Ricordiamo che l'argomento della Meccanica è il moto, cioè il *cambiamento di posizione* rispetto alla struttura fisica che si assume come sistema di riferimento. Definiamo bene il concetto di *posizione* nello spazio-tempo fisico :

la posizione di ogni oggetto è determinata dalla separazione dall'oggetto che rappresenta l'origine del sistema di riferimento.

La stessa definizione vale sia per le dimensioni spaziali che per quella temporale, quindi possiamo affermare che:

la posizione temporale di ogni oggetto è determinata dalla separazione temporale dall'oggetto fisico assunto come origine.

Occorre quindi definire esattamente il concetto di:

separazione temporale fra oggetti fisici.

Questo concetto è del tutto estraneo al linguaggio comune, ed è ignorato anche nel linguaggio scientifico, infatti per *separazione temporale* si intende di solito un intervallo di tempo fra due eventi. Per definire la *separazione temporale fra oggetti fisici*, faremo un esempio dove si applica rigorosamente il *metodo operativo*.

Assumiamo come sistema di riferimento stazionario una ferrovia rettilinea di lunghezza indefinita, la stazione ferroviaria rappresenta l'origine del riferimento. Dirige la stazione miss Alice (Al) che rappresenta l'osservatore stazionario. Mister Robert (Bert per gli amici) conduce una *locomotiva inerziale*, che corre a velocità u costante per costruzione. Al passaggio della locomotiva davanti alla stazione miss Alice azzera l'orologio della stazione, per cui abbiamo $t_0=0$. In ogni istante successivo la distanza percorsa dalla locomotiva inerziale risulta: $\Delta x = u t = x$. Questa è la separazione spaziale fra Al e Bert vista dal riferimento stazionario.

In Relatività si definisce *tempo proprio* τ quello trascorso per mister Robert secondo la valutazione dell'osservatore stazionario (miss Alice), non secondo il conducente della locomotiva!

Poniamo che al tempo $t_0=0$ sia anche $\tau_0=0$. Secondo miss Alice il tempo di mister Robert scorre più lentamente di un fattore γ per effetto relativistico. In altre parole miss Alice valuta che quando l'orologio della stazione segna il tempo t , per mister Robert è trascorso il tempo $\tau = t/\gamma$, per cui fra loro esiste la separazione temporale:

$$\Delta t = t - \tau = \tau (\gamma - 1).$$

Sostituendo nell'espressione $L = \sqrt{\Delta x^2 - c^2 \Delta t^2}$ abbiamo determinato la separazione spazio-temporale fra Al e Bert:

$$L = \sqrt{x^2 - c^2 (t - \tau)^2} = \sqrt{x^2 - c^2 \tau^2 (\gamma - 1)^2}.$$

Dal Paradiso dei fisici il prof. Al-Bert Einstein sorride compiaciuto mostrando la lingua!

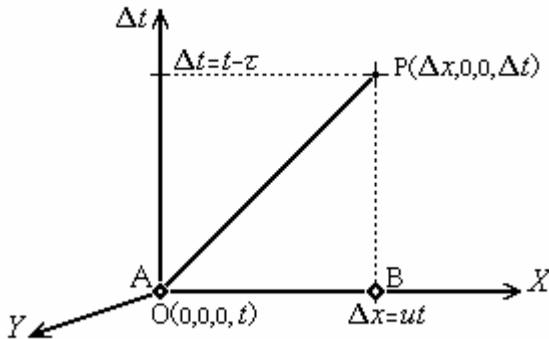
Notiamo che ponendo $\tau = 0$ nell'espressione $\Delta t = t - \tau$, si ottiene $\Delta t = t$, che è la componente temporale del raggio-vettore di Minkowski. Ma dalla condizione $\tau = 0$ risulta:

$$\tau = t/\gamma = t\sqrt{1 - u^2/c^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad u = \pm c.$$

Abbiamo l'ennesima evidenza che nella teoria di Minkowski è sommata in modo occulto la velocità della luce.

L'INVARIANTE DELLA MECCANICA OPERAZIONALE

Nella figura seguente è rappresentato un sistema di coordinate cartesiane, con la posizione di un punto dello spazio-tempo fisico (non è rappresentato l'asse Z per l'eccessiva complicazione del disegno).



I punti $O(0,0,0,t)$ e $P(\Delta x,0,0,\Delta t)$ corrispondono rispettivamente alle posizioni degli oggetti A e B nello spazio-tempo fisico, il segmento OP rappresenta la separazione spazio-temporale fra A e B. Considerando le tre coordinate spaziali si ottiene:

$$L^2 = (x^2 + y^2 + z^2) - c^2(t - \tau)^2$$

che definiamo *Invariante Generale Operazionale della Relatività*.

Per $u \rightarrow 0$ abbiamo $L \rightarrow \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)} = r$, questo prova che l'*Invariante generale* si riduce naturalmente alla distanza tridimensionale.

Per la componente spaziale abbiamo $(x^2 + y^2 + z^2) = r^2 = (u\gamma\tau)^2$, quindi ricaviamo :

$$\begin{aligned} L^2 &= (u\gamma\tau)^2 - c^2\tau^2(\gamma-1)^2 = c^2\tau^2[-\gamma^2(1-u^2/c^2) + 2\gamma - 1] = \\ &= 2c^2\tau^2(\gamma-1) = 2c^2t^2(\gamma^2-1)/\gamma^2(\gamma+1) = 2u^2t^2/(\gamma+1). \end{aligned}$$

Riassumendo risulta:

$$L = c\tau\sqrt{2(\gamma-1)} = ut\sqrt{2/(\gamma+1)}$$

Verifichiamo ora numericamente l'invarianza $L' = L$, ponendo per es. che la velocità della locomotiva sia $u = 0,8 c$, da cui ricaviamo:

$$\begin{aligned} L^2 &= (\Delta x)^2 - c^2 (\Delta t)^2 = u^2 t^2 - c^2 t^2 (1 - 1/\gamma)^2 = \\ &= c^2 t^2 (0,8)^2 - c^2 t^2 (1 - 0,6)^2 = \underline{0,48 c^2 t^2}. \end{aligned}$$

Poniamo che rispetto ad un altro osservatore A' la velocità della locomotiva sia $u' = c/2$, la velocità di A' rispetto ad A risulta:

$$U = \frac{u - u'}{1 - uu'/c^2} = c \frac{0,8 - 0,5}{1 - 0,4} = c/2.$$

Casualmente risulta $U = u'$, ma in generale $U \neq u'$ (il lettore verifichi l'invarianza con altri valori di u ed u'). Applichiamo delle trasformazioni di Lorentz in notazione esplicita:

$$\begin{aligned} (L')^2 &= (\Delta x')^2 + (ic\Delta t')^2 = \\ &= \Gamma^2 (\Delta x - U\Delta t)^2 - c^2 \Gamma^2 (\Delta t - U\Delta x/c^2)^2 = \\ &= \Gamma^2 [ut - U(t - \tau)]^2 - c^2 \Gamma^2 [(t - \tau) - Uut/c^2]^2 = \\ &= \frac{t^2}{1 - U^2/c^2} \left\{ \left[u - U \left(1 - \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} \right) \right]^2 - c^2 \left[1 - \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} - \frac{uU}{c^2} \right]^2 \right\} \end{aligned}$$

Sostituendo $u = 0,8 c$ e $U = c/2$ troviamo:

$$(L')^2 = \underline{0,48 c^2 t^2} = L^2.$$

Lo stesso risultato si ottiene direttamente da $L^2 = 2u^2 t^2 / (1 + \gamma)$:

$$L^2 = \frac{2u^2 t^2}{1 + 1/\sqrt{1 - (u/c)^2}} = c^2 t^2 \frac{1,28}{1 + 1/\sqrt{1 - 0,64}} = 0,48 c^2 t^2.$$

RAGGIO-VETTORE OPERAZIONALE

La definizione del raggio-vettore rappresenta una sintesi di proprietà matematiche e fisiche, quindi deve essere compatibile con i criteri di validazione. Dall'espressione della separazione $L = \sqrt{r^2 + (ic\Delta t)^2}$ ricaviamo quella del *raggio-vettore operazionale*:

$$\mathbf{R}(\Delta x; ic\Delta t) \equiv [\mathbf{r}; ic(t-\tau)] \equiv [\mathbf{u}\gamma\tau; ic\tau(\gamma-1)]$$

Notiamo che per $u \rightarrow 0$, la componente temporale $ic(t-\tau) \rightarrow 0$, quindi $\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{r}$ *naturalmente*. Questo prova che la *Meccanica operazionale* si riduce *naturalmente* a quella classica di Galileo quando $u \rightarrow 0$.

Per $u_0=0$ abbiamo l'elemento neutro $\mathbf{R}_0(0; 0)$, a conferma che la *Meccanica operazionale* ha una struttura algebrica abeliana, proprietà apprezzabile meglio da specialisti. Il lettore profano può paragonarla al risultato migliore di un check-up completo fatto con le apparecchiature diagnostiche più avanzate. Il modulo del *raggio-vettore* coincide con la *separazione spazio-temporale operazionale*:

$$|\mathbf{R}| \equiv L = c\tau\sqrt{2(\gamma-1)} = ut\sqrt{2/(\gamma+1)}.$$

Notiamo che:

- il modulo $|\mathbf{R}|$ dipende dalla velocità u , quindi è direttamente connesso allo stato cinematica dell'oggetto;
- per $u \rightarrow 0 \Rightarrow |\mathbf{R}| \rightarrow r = ut$.

Per ottenere la trasformazione di $\mathbf{R}(\Delta x; ic\Delta t)$ applichiamo la forma esplicita delle trasformazioni di Lorentz:

$$\mathbf{R}'(\Delta x'; ic\Delta t') \equiv \Gamma \left\{ (\Delta x - U\Delta t); ic \left(\Delta t - \frac{U}{c^2} \Delta x \right) \right\}.$$

L'invarianza di $|\mathbf{R}|$ deriva da quella della *separazione spazio-temporale* (verificata anche numericamente) quindi il *raggio-vettore operazionale* risulta in completo accordo con i tre criteri di validazione.

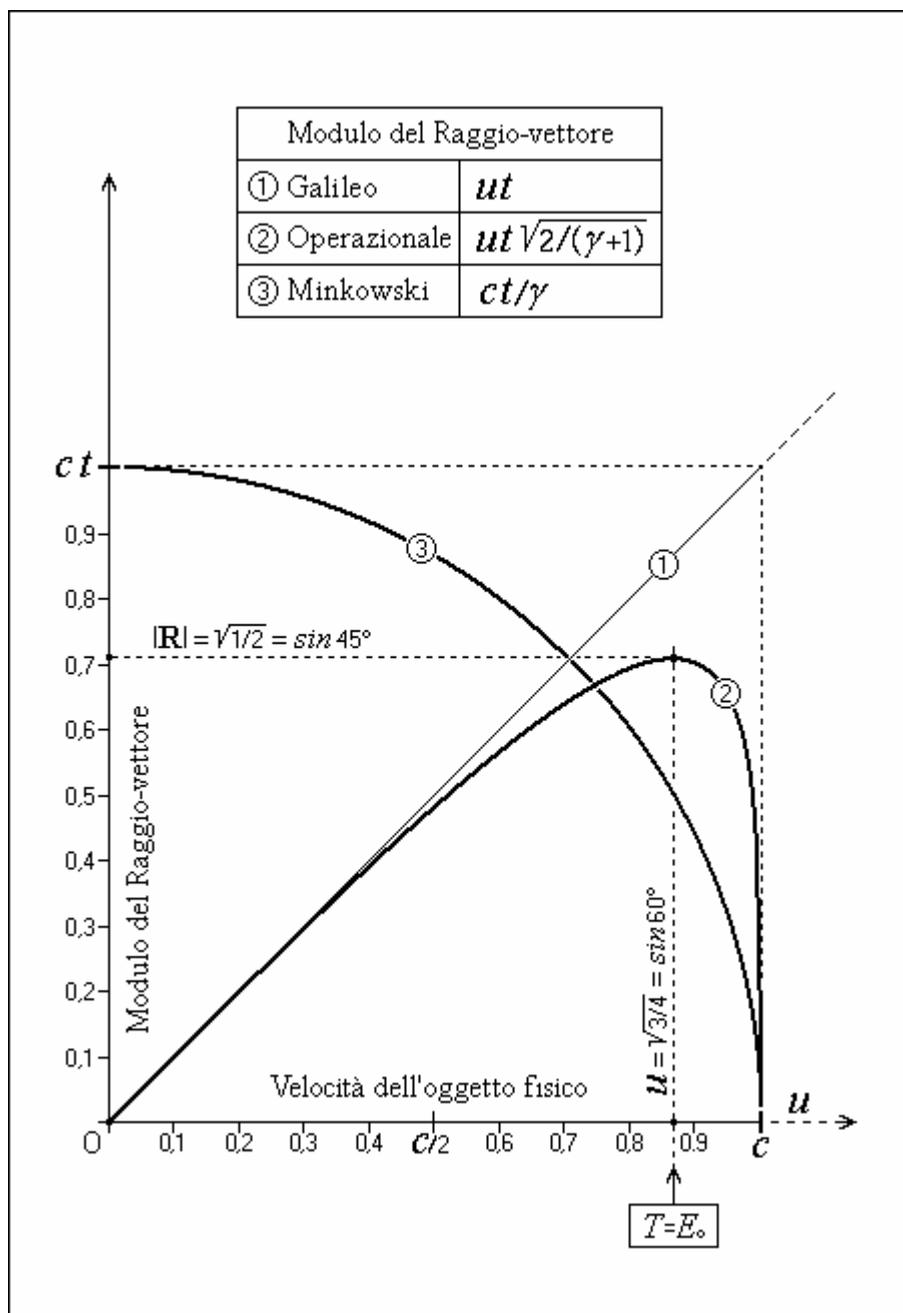
Abbiamo ora tre diverse espressioni del raggio-vettore corrispondenti rispettivamente alla Meccanica classica di Galileo, a quella di Minkowski, ed infine alla *Meccanica operazionale*. Nel grafico successivo sono rappresentati i rispettivi moduli:

Galileo	$ \mathbf{r} = u t.$
Minkowski	$ \mathbf{R}_M = c t / \gamma.$
Meccanica operazionale	$ \mathbf{R} = u t \sqrt{2/(\gamma + 1)}.$

- La linea (1) deriva dalla meccanica di Galileo, parte dall'origine con angolo di 45 gradi, e prosegue indefinitamente. La meccanica di Galileo non considera gli effetti relativistici, ma è una buona approssimazione per velocità piccole rispetto alla velocità della luce, fino a $u \cong 0,1 c$.

- La linea (2) rappresenta il modulo del *raggio-vettore operazionale*. Partendo dall'origine, nel primo tratto coincide con la linea di Galileo, in accordo col principio di *convergenza relativistica*. Nella seconda parte prevale la contrazione relativistica, per cui alla velocità della luce la *separazione spazio-temporale* si annulla completamente. Questo spiega il fenomeno dei mesoni generati nell'alta atmosfera, che raggiungono la superficie terrestre nonostante la loro breve vita media non lo consentirebbe.

- La linea (3) rappresenta il modulo $|\mathbf{R}_M| = c t / \gamma$ del raggio-vettore di Minkowski. È esattamente un arco di circonferenza senza nessuna relazione con lo stato fisico dell'oggetto. L'assoluta incompatibilità con la linea (1) evidenzia che il principio di *convergenza relativistica* non vale, confermando le nostre precedenti osservazioni sulla formulazione di Minkowski.



Calcoliamo i parametri nel punto massimo di $|\mathbf{R}| = c\tau\sqrt{2(\gamma-1)}$:

$$\frac{d}{du} |\mathbf{R}| = 0$$

$$\frac{d}{du} \left(\frac{ct}{\gamma} \sqrt{2(\gamma-1)} \right) = 0$$

$$\frac{d}{du} \sqrt{\frac{1}{\gamma} - \frac{1}{\gamma^2}} = 0 \Rightarrow \boxed{\gamma=2} \Rightarrow u = c\sqrt{3/4}.$$

Notiamo che la condizione $\gamma=2$ corrisponde a valori trigonometrici di angoli notevoli:

$$|\mathbf{R}| = ct\sqrt{1/2} = ct(\sin 45^\circ);$$

$$u = c\sqrt{3/4} = c(\sin 60^\circ).$$

Queste suggestive coincidenze potrebbero essere casuali, o potrebbero essere l'indizio di proprietà dello *spazio-tempo fisico* ancora sconosciute. Riteniamo che una ricerca su questo punto sarebbe opportuna.

Il valore massimo del modulo $|\mathbf{R}|$ corrisponde a $\gamma=2$, valore per cui l'energia cinetica $T = mc^2(\gamma-1)$ assume esattamente lo stesso valore dell'energia di riposo $E_o = mc^2$. Dal grafico si evince chiaramente che questa situazione rappresenta il confine oltre il quale prevalgono gli effetti relativistici.

Abbiamo una ennesima prova di quanto la *Meccanica operativa* sia profondamente connessione alla realtà fisica.

QUADRI-VELOCITÀ OPERAZIONALE

Dividiamo il *raggio-vettore operazionale* $\mathbf{R}[\mathbf{u}\gamma\tau; ic\tau(\gamma-1)]$ per il tempo proprio τ , si ottiene così la *quadri-velocità operazionale*:

$$\mathbf{U}[\mathbf{u}\gamma; ic(\gamma-1)]$$

La forma differenziale non è necessaria perché nel moto inerziale la velocità è costante. La *convergenza naturale* si verifica subito, infatti per $u \rightarrow 0$ abbiamo $\mathbf{U} \rightarrow \mathbf{u}$. Il modulo si ricava dal rapporto $|\mathbf{R}|/\tau$:

$$|\mathbf{U}| = c\sqrt{2(\gamma-1)} = u\gamma\sqrt{2/(\gamma+1)}.$$

Per ottenere la trasformazione $\mathbf{U}' = \mathbf{R}'/\tau'$ si divide per il tempo proprio τ' l'espressione di $\mathbf{R}'(\Delta x'; ic\Delta t')$:

$$\mathbf{U}' \equiv \Gamma \left\{ [u\gamma - U(\gamma-1)]; ic \left[(\gamma-1) - \gamma \frac{uU}{c^2} \right] \right\}.$$

La verifica dell'invarianza è immediata:

$$|\mathbf{U}'| = |\mathbf{R}'|/\tau' = |\mathbf{R}|/\tau = |\mathbf{U}|.$$

Consideriamo i valori limite:

- per $u \rightarrow 0 \Rightarrow |\mathbf{U}| \rightarrow u$
- per $u \rightarrow c \Rightarrow |\mathbf{U}| \rightarrow c\sqrt{2\gamma} \rightarrow \infty$.

La prima relazione prova la *convergenza relativistica naturale*, quindi abbiamo piena compatibilità con tutti i criteri di validazione. La seconda mostra che mentre nello spazio tridimensionale la velocità tende a c , nello *spazio-tempo fisico* la quadri-velocità diventa infinita.

Dal grafico successivo risulta evidente che la velocità della luce nel vuoto ha un limite massimo finito direttamente connesso ad un elemento infinito. Si conferma ciò che Einstein aveva intuito nel 1905:

“la velocità della luce nella nostra teoria ha il ruolo, fisicamente, di una velocità infinitamente grande” .

- La linea (1) rappresenta l'espressione classica della velocità nello spazio tridimensionale. Si estende oltre il limite c perché non sono considerati gli effetti relativistici.

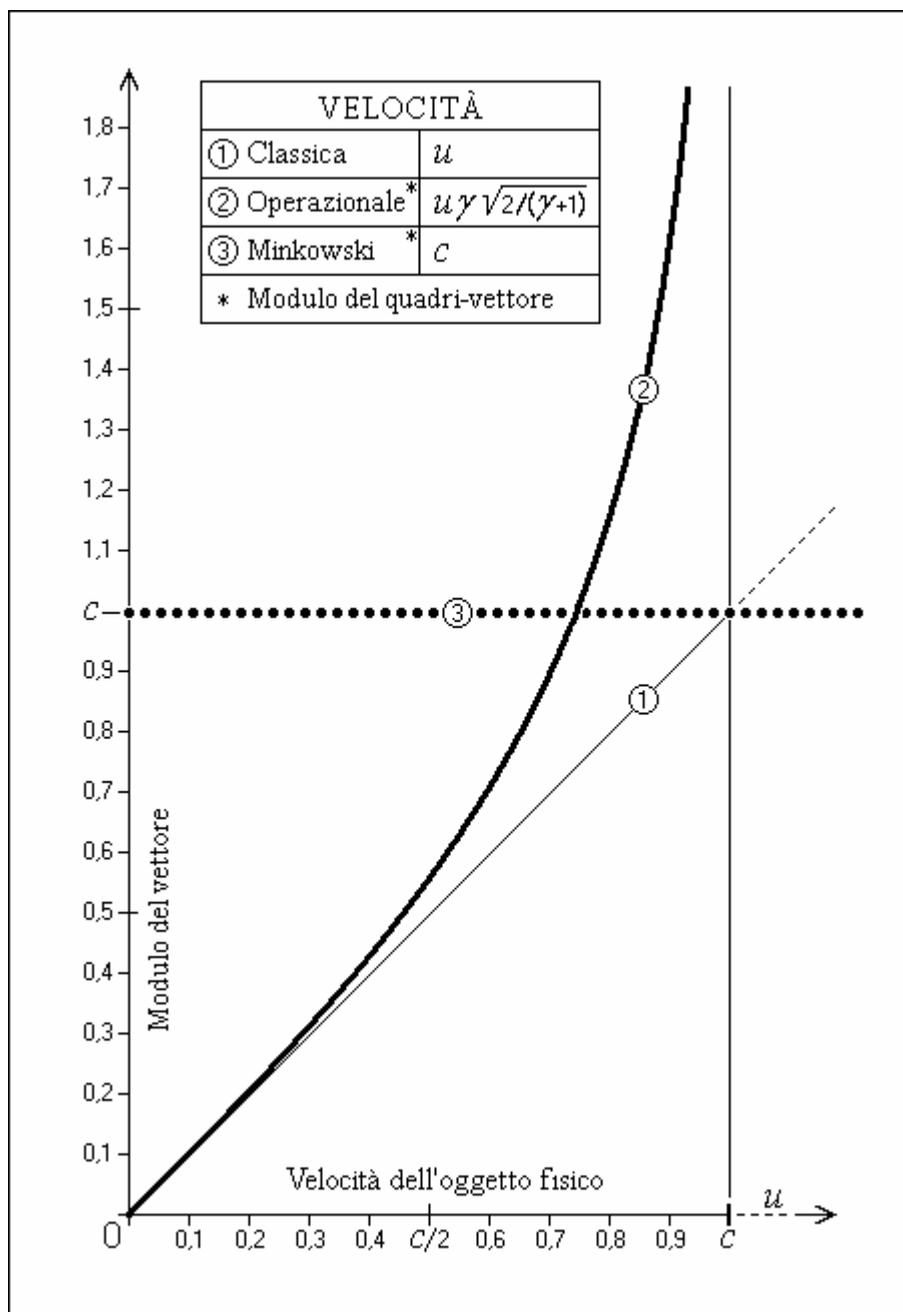
- La linea (2) rappresenta la *quadri-velocità operativa*. Nella prima parte ($u \ll c$) coincide con la linea (1) della velocità classica in accordo col principio di *convergenza relativistica*. Nella seconda parte diverge asintoticamente per $u \rightarrow c$, che si conferma come velocità-limite.

- La linea (3) punteggiata corrisponde alla quadri-velocità di Minkowski. Il grafico orizzontale continua indefinitamente oltre il limite della velocità della luce. Il valore costante del modulo $|\mathbf{U}_M| = c$ vale per qualsiasi oggetto, anche se fermo. L'assurdità è evidente.

Lo spazio ordinario si deve concepire come proiezione in tre dimensioni dello *spazio-tempo fisico* a quattro dimensioni, per conseguenza la velocità \mathbf{u} risulta proiezione nello spazio tridimensionale della quadri-velocità \mathbf{U} . Mentre il modulo della quadri-velocità diventa infinito, la sua proiezione \mathbf{u} tende asintoticamente a c .

Dalla Termodinamica sappiamo che la temperatura ha un limite inferiore di 0 Kelvin, perché la temperatura dipende dalla velocità media delle molecole, e non esiste velocità minore di quella di un oggetto fermo! Dalla *Meccanica operativa* risulta che la velocità non può superare la velocità della luce nello spazio tridimensionale, perché questa è proiezione di una quadri-velocità infinita nello *spazio-tempo fisico*.

Ancora una volta troviamo che l'intuizione di Einstein era corretta!



Seguendo la Meccanica di Minkowski si è radicata nei fisici la convinzione che i *quadri-vettori* e le proprietà dello *spazio-tempo* non riguardino la realtà fisica ordinaria, ma siano piuttosto rappresentazioni matematiche formali dell'astratto mondo relativistico connesso alla velocità della luce. Questo è giustificato dal fatto che il modulo della *quadri-velocità* di Minkowski è sempre $|\mathbf{U}_M| = c$. Abbiamo visto invece che questi risultati sono conseguenze di errori di impostazione delle teoria di Minkowski.

La *Meccanica operativa* chiarisce che i *quadri-vettori* relativistici, se formulati correttamente, rappresentano la realtà fisica per qualsiasi velocità. Per es. consideriamo una espressione classica che Newton dedusse per via puramente matematica, quella ben nota dell'energia cinetica:

$$T = \frac{1}{2} m u^2.$$

Newton non conosceva le proprietà elettromagnetiche dello spazio-tempo scoperte secoli dopo, quindi la sua espressione non risulta corretta quando la velocità diventa confrontabile con la velocità della luce. Calcolando l'interazione dell'elettrone col campo elettrico, Einstein ha dato l'espressione corretta di questo parametro valida per qualsiasi velocità:

$$T = m c^2(\gamma - 1).$$

Nella *Meccanica operativa* si ottiene lo stesso risultato sostituendo nell'espressione di Newton al posto della variabile matematica (u) il parametro operativa $|\mathbf{U}| = c \sqrt{2(\gamma - 1)}$:

$$T = \frac{1}{2} m |\mathbf{U}|^2 = m c^2(\gamma - 1).$$

Abbiamo una ennesima evidente conferma che la *Meccanica operativa* rappresenta tutta la realtà fisica, quella ordinaria e quella relativistica.

QUADRI-MOMENTO OPERAZIONALE

Il *quadri-momento operativo* si ottiene moltiplicando $\mathbf{U}[\mathbf{u}\gamma; ic(\gamma-1)]$ per la massa inerziale m :

$$\mathbf{P} \left[m u \gamma; \frac{i}{c} m c^2 (\gamma - 1) \right].$$

Similmente si ottiene il modulo:

$$|\mathbf{P}| = m c \sqrt{2(\gamma - 1)} = p \sqrt{2/(\gamma + 1)}$$

I valori limite sono:

- per $u \rightarrow 0 \quad \Rightarrow \quad |\mathbf{P}| \rightarrow p = m u \gamma.$
- per $u \rightarrow c \quad \Rightarrow \quad |\mathbf{P}| \rightarrow m c \sqrt{2\gamma} \rightarrow \infty.$

La trasformazione di \mathbf{P} deriva dall'espressione di \mathbf{U}' :

$$\mathbf{P}' \equiv \Gamma \left\{ \left[m u \gamma - \frac{U}{c^2} m c^2 (\gamma - 1) \right]; \frac{i}{c} \left[m c^2 (\gamma - 1) - U m u \gamma \right] \right\}.$$

Notiamo che il modulo $|\mathbf{P}| = m c \sqrt{2(\gamma - 1)}$ coincide con quello ricavato per differenza dai quadri-momenti di Minkowski.

L'assenza del coefficiente immaginario prova che l'artificiosa inversione dei segni introdotta da Minkowski non è giustificata. Seguendo lo stesso procedimento applicato nella verifica della teoria di Minkowski, consideriamo la differenza $\mathbf{P}_d = \mathbf{P}_a - \mathbf{P}_b$:

$$\mathbf{P}_d [(\mathbf{p}_a \gamma_a - \mathbf{p}_b \gamma_b); i m c (\gamma_a - \gamma_b)].$$

Il modulo risulta:

$$\begin{aligned} |\mathbf{P}_d|^2 &= |\mathbf{P}_a - \mathbf{P}_b|^2 = (\mathbf{p}_a \gamma_a - \mathbf{p}_b \gamma_b)^2 - m^2 c^2 (\gamma_a - \gamma_b)^2 = \dots \\ \dots &= 2 m^2 c^2 [\gamma_a \gamma_b (1 - u_a u_b / c^2) - 1] = 2 m^2 c^2 (\gamma_d - 1). \end{aligned}$$

Troviamo che il quadri-vettore \mathbf{P}_d ha le stesse caratteristiche formali di \mathbf{P}_a e \mathbf{P}_b , in perfetto accordo con le regole dell'Algebra lineare, questo prova che i *quadri-vettori operazionali* costituiscono un *gruppo abeliano*.

Una ulteriore conferma della *Meccanica operazionale* si ricava dalla sua diretta connessione con la famosa relazione di Einstein $E = m c^2 \gamma$. Esplicitiamo il modulo del *quadri-momento operazionale*:

$$|\mathbf{P}|^2 = (m u \gamma)^2 - (m c)^2 (\gamma - 1)^2 = 2 (m c)^2 (\gamma - 1).$$

Essendo $p = m u \gamma$ e $E_o = m c^2$, moltiplichiamo per c^2 e sviluppiamo:

$$c^2 p^2 = (E_o)^2 (\gamma - 1)^2 + 2 (E_o)^2 (\gamma - 1)$$

$$c^2 p^2 = (E_o)^2 (\gamma - 1) (\gamma - 1 + 2)$$

$$c^2 p^2 = (E_o)^2 (\gamma^2 - 1)$$

$$c^2 p^2 = E^2 - (E_o)^2$$

$$E^2 - c^2 p^2 = (E_o)^2.$$

Il risultato è già molto eloquente per l'Esperto, per il lettore meno esperto aggiungiamo alcuni semplici passaggi:

$$E^2 - c^2 m^2 u^2 \gamma^2 = m^2 c^4$$

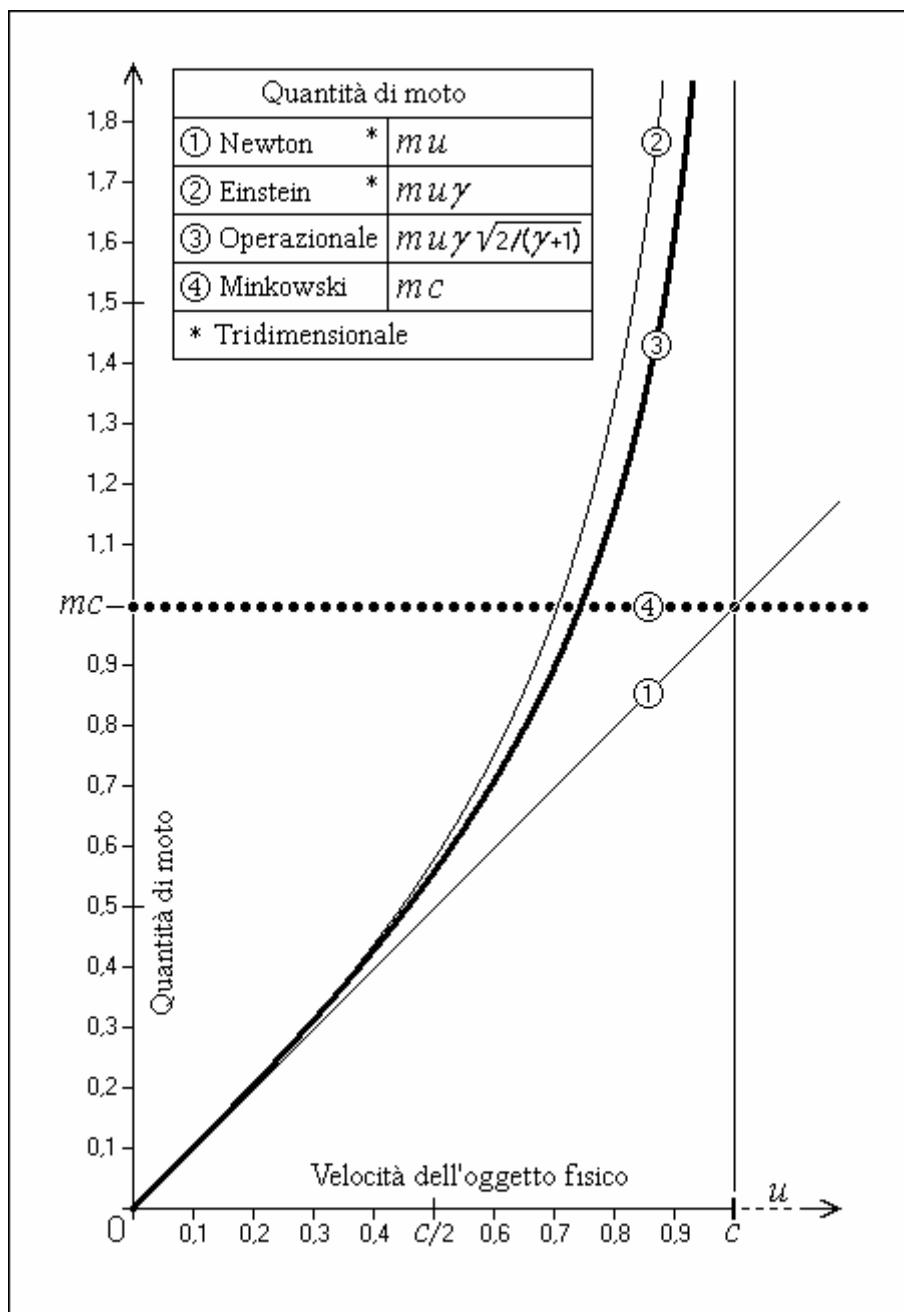
$$E^2 - E^2 (u^2/c^2) = m^2 c^4$$

$$E^2 (1 - u^2/c^2) = m^2 c^4$$

$$E = m c^2 \gamma.$$

Con questo abbiamo verificato la perfetta congruenza della *Meccanica operazionale* con la Relatività.

Nel grafico successivo si confrontano diverse espressioni dei moduli ricavate dalle varie definizioni di quantità di moto.



- La linea (1) rappresenta l'espressione di Newton $p = m u$, che è considerata una buona approssimazione fino alla velocità $u \cong 0,1 c$.

- La linea (2) corrisponde all'espressione relativistica della quantità di moto di Einstein $p = m u \gamma$, valida per lo spazio tridimensionale.

- La linea (3) rappresenta il modulo del *quadri-momento operazionale*. Notiamo che per $u \rightarrow c$ le curve (2) e (3) condividono lo stesso asintoto. Si conferma che quella della luce è la velocità-limite per gli oggetti fisici. Per $u \ll c$ il modulo $|\mathbf{P}| = p \sqrt{2/(\gamma+1)}$ e l'espressione di Einstein $p = m u \gamma$, si riducono alla espressione classica $p = m u$ di Newton. La evidente *convergenza naturale* di queste prime tre espressioni vale di per sé come notevolissimo elemento di consistenza.

- La linea (4) orizzontale tratteggiata rappresenta il modulo $|\mathbf{P}_M| = m c$ del quadri-momento di Minkowski. L'assurdità è evidente, ma per l'Esperto si tratta chiaramente della "super-invarianza di Minkowski".

Il lettore è invitato ad annotare liberamente i suoi commenti nello spazio rimanente di questa pagina :

COPPIE DI PARTICELLE

Essendo $p=W/c$ l'impulso del fotone, il rapporto $W/p=c$ è costante per qualsiasi energia W . Consideriamo ora il rapporto:

$$T/|\mathbf{P}| = \frac{mc^2(\gamma-1)}{mc\sqrt{2(\gamma-1)}} = c\sqrt{\frac{T/E_o}{2}} .$$

Per $T=2E_o$ si ha $T/|\mathbf{P}|=c$, in questa condizione si verifica la notevole “*coincidenza*”:

$$T/|\mathbf{P}| = c = W/p .$$

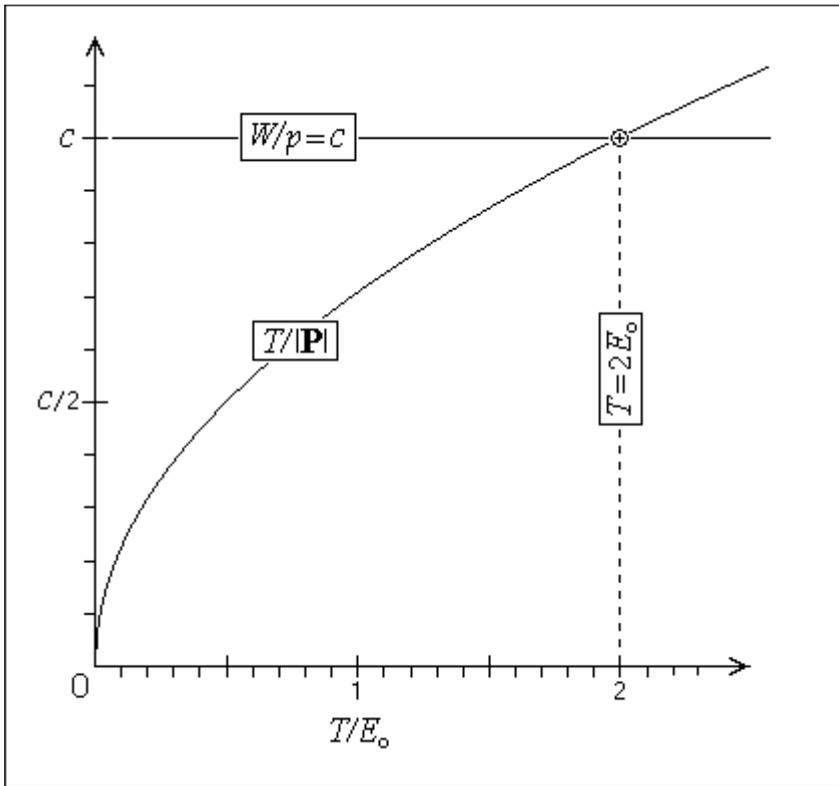
In talune circostanze l'energia W si converte in energia inerziale, con la creazione di due particelle simmetriche di energia $E_o=W/2$. Per il fotone di energia $W=T=2E_o$ si verifica una sorprendente connessione fra il mondo elettromagnetico e quello inerziale:

$$W/p = c = 2E_o/|\mathbf{P}|$$

$$p = |\mathbf{P}|$$

Questa circostanza è illustrata nel grafico successivo, dove il parametro $T/|\mathbf{P}|$ è rappresentato in funzione del rapporto T/E_o . Non si tratta di conservazione della quantità di moto, né di *convergenza relativistica*. La “*coincidenza*” riguarda l'impulso del fotone p ed il modulo $|\mathbf{P}|$, quando l'energia del fotone è $W=2E_o$. Occorre ribadire che $|\mathbf{P}|$ non si riferisce alla coppia di particelle simmetriche create dall'energia W , ma alla particella per cui $T=W=2E_o$.

Questa *connessione operativa* fra il mondo elettromagnetico e quello inerziale potrebbe portare nuova luce sul meccanismo di creazione ed annichilazione di coppie di particelle simmetriche.



CHI HA BISOGNO DEL “BOSONE DI HIGGS” ?

Nel 1905 la Relatività ha giustificato i risultati sperimentali di Michelson, 24 anni dopo i primi esperimenti del 1881. All’inizio del 2000 si presentano di nuovo circostanze simili per la Fisica attuale.

Nella sua formulazione del *quadri-momento*, Minkowski riferisce tacitamente la *quadri-velocità* \mathbf{U}_M agli oggetti fisici. Per conseguenza il modulo $|\mathbf{U}_M| = c$ implicherebbe che tutti gli oggetti fisici si muovano sempre alla velocità della luce. L’evidente insanabile contrasto fra teoria e realtà prova che la teoria è chiaramente sbagliata. Ma per teorie consolidate da molto tempo vi è sempre una fortissima resistenza a formulare un giudizio critico, anche in presenza di errori gravi ed evidentissimi.

Un secolo dopo la formulazione di Minkowski del 1908, si ripropone nella Fisica contemporanea una situazione molto simile. Nella teoria universalmente condivisa, nota come “Modello standard”, si è stabilito definitivamente che vale il principio di *invarianza della Lagrangiana per trasformazioni locali di gauge*. Tuttavia dal calcolo risulta che questo non vale per i termini di massa. La materia non è semplice, quindi ci aiuteremo con un esempio: se abbiamo dieci lingotti d’oro da 1000 grammi, ci aspettiamo che in totale siano 10 Kg. d’oro. Questa proprietà si può paragonare all’*invarianza di gauge*, sarebbe un grosso guaio se il peso totale risultasse solo 9950 grammi d’oro, per le riserve d’oro delle nazioni sarebbe una vera sciagura. In questa evenienza l’errore potrebbe essere nel calcolo o nel procedimento di pesata, ma poniamo che l’errore non si trovi, allora per sistemare le cose stabiliamo che tutti i lingotti individualmente pesano 0 (zero) grammi, così moltiplicando per dieci il risultato è sempre zero. In questo modo salviamo la nostra pseudo *invarianza di gauge*. In fine assumiamo che il peso totale dell’oro si formi solo quando i lingotti sono tutti insieme sulla bilancia.

Il fantasioso meccanismo ipotizzato da Higgs è molto simile: si ammette (senza alcuna prova) che inizialmente tutte le particelle siano prive di massa, pertanto viaggerebbero sempre necessariamente alla velocità della luce (la stessa cosa che si inferisce anche dalla formulazione di Minkowski); inoltre si ammette (senza alcuna prova) che in tutto l’Universo sia un presente un “campo scalare” del tutto trasparente ai fotoni, che privi di massa continuerebbero a muoversi alla velocità della luce. Le altre particelle interagendo col campo scalare riceverebbero una definita quantità di massa, per cui la loro velocità risulta sempre minore di quella della luce.

Il “campo scalare” sarebbe una specie di contenitore/erogatore della massa dell’Universo, che tuttavia non sarebbe percepibile in modo diretto (esattamente come l’*etere luminifero* di Maxwell), ma per mezzo del suo quanto fondamentale denominato *bosone di Higgs*. Stranamente questa teoria sembra riproporre in versione quantistica una cosa molto simile all’*etere luminifero* del 1800.

Per le ricerche di Fisica fondamentale sono state realizzate le macchine più grandi e costose mai costruite. Nel settembre 2008 è diventato operativo il grande acceleratore europeo LHC (Large Hadron Collider), che ha fra i suoi obiettivi primari la ricerca del *bosone di Higgs*.

In ogni caso, sia seguendo la vecchia formulazione matematica dello spazio-tempo, sia le teorie più avanzate della Fisica contemporanea, si arriva alla stessa conclusione per cui tutti gli oggetti dell'Universo dovrebbero viaggiare sempre alla velocità della luce. Nonostante l'evidenza, non si ammette neppure la possibilità che queste teorie siano sbagliate, anzi i risultati "contro-intuitivi" sono considerati peculiarità preziose, concepite da menti superiori, e si inventano ipotesi ad hoc per giustificarli. Questo avvenne fino al 1500 per il *geocentrismo* di Tolomeo, avvenne nel 1900 per l'*etere luminifero* di Maxwell, ed avviene oggi per il *campo scalare* di Higgs.

Non si riconosce ancora oggi che le assurdità "contro-intuitive" della formulazione di Minkowski derivano da un grave errore di impostazione. Lo stesso atteggiamento impedisce di prendere atto che i problemi connessi al *Principio di invarianza di gauge* potrebbero derivare da qualche falla della teoria, e si preferisce dare credito alla fantastica ipotesi del *campo scalare* presente in tutto l'Universo, che dovrebbe "frenare" le particelle materiali fornendo loro la massa inerziale.

Nel 1905 la Relatività ha cancellato le assurde proprietà ipotizzate per l'etere luminifero, oggi la *Meccanica operativa* chiarisce il grave errore di impostazione commesso da Minkowski. Ricordiamo solo questo fatto: se nello spazio tridimensionale la quantità di moto di un oggetto fermo è nulla ($p=0$), è molto "contro-intuitivo" che nelle quattro dimensioni sia $|\mathbf{P}_M| = mc$. Infatti è sbagliato, perché dalla *Meccanica operativa* risulta che il modulo del *quadri-momento operativo* è $|\mathbf{P}| = p\sqrt{2/(\gamma+1)}$, ed è chiaro che per $p=0$ abbiamo anche $|\mathbf{P}|=0$. Soltanto l'Esperto può accettare che un oggetto fermo nello spazio tridimensionale, abbia nello *spazio-tempo* la quantità di moto $\mathbf{P}_M| = mc$.

In questi precedenti vi sono fortissime analogie con l'attuale proposta del *campo scalare*, e con la ricerca del *bosone di Higgs*. Se le analogie delle premesse possono indicare analogie delle conclusioni, è inevitabile attribuire una alta probabilità di insuccesso anche alla ricerca attuale. Se l'esito sarà negativo come prevediamo, saranno falsificate insieme la fantasiosa ipotesi di Higgs, l'assurda geometria di Minkowski, e . . . molto altro. Ma ne avrà guadagnato la Fisica, ed il nostro cammino verso la comprensione dell'Universo avrà fatto un altro importante passo avanti.

SIMMETRIA RELATIVISTICA

Il principio fondamentale della Relatività è l'equivalenza fisica di tutti i sistemi inerziali, per cui dal punto di vista fisico vi è completa simmetria fra i riferimenti S ed S' . Come conseguenza si può affermare che:

se dal sistema S risulta che il tempo su S' rallenta di una certa misura, da S' risulta che il tempo su S rallenta nella stessa misura; allora vi sarà un luogo S_ϕ per il quale risulta che i tempi su S ed S' trascorrono allo stesso modo.

Affinché avvenga questo i fattori di Lorentz rispetto ad S ed S' devono essere uguali, quindi abbiamo la condizione:

$$\Gamma_\phi = (\Gamma_\phi)' = \gamma \Gamma_\phi (1 - uV_\phi/c^2).$$

Da questa si ricava:

$$1 = \gamma(1 - uV_\phi/c^2) \quad \Rightarrow \quad V_\phi = \frac{c^2(\gamma - 1)}{u\gamma} = \frac{u}{1 + 1/\gamma}.$$

Il luogo dei punti in condizione di simmetria relativistica è una superficie piana parallela al piano YZ , che si muove nella direzione dell'asse X con velocità V_ϕ . Il lettore verifichi che ottiene lo stesso risultato dalla condizione $t_\phi = t'_\phi$.

La velocità di fase V_ϕ ricavata dalla *trasformazione generale dell'energia* coincide con la velocità V_ϕ ricavata dalla condizione di simmetria relativistica. Questo prova che la prima origine dei fenomeni ondulatori nel vuoto è relativistica. Infatti possiamo ricavare gli altri parametri ondulatori correlati alla velocità V_ϕ ponendo le seguenti condizioni:

1. la frequenza ω_ϕ si deve annullare per $u = 0$;
2. la frequenza ω_ϕ , essendo l'inverso di un tempo, deve essere funzione lineare del fattore di Lorentz del tipo $\omega_\phi = a\gamma + b$, dove a e b sono da determinare.

Da queste due condizioni abbiamo:

$$b = -a \quad \Rightarrow \quad \omega_\phi = a(\gamma - 1).$$

Il parametro ω_ϕ risulta compatibile con la frequenza ω_ϕ :

$$\omega_\phi = \frac{\Delta E}{\hbar} = \frac{mc^2}{\hbar}(\gamma - 1) = a(\gamma - 1) \quad \Rightarrow \quad a = \frac{mc^2}{\hbar}.$$

Dalla relazione $V_\phi = \omega/k$ si ottiene di nuovo il numero d'onda:

$$k_\phi = \frac{\omega_\phi}{V_\phi} = \frac{\Delta p}{\hbar}$$

Abbiamo visto che i *parametri ondulatori operazionali* ricavati dalla *trasformazione generale dell'energia* sono conseguenza diretta della legge di Planck e del principio di simmetria relativistica. Da questo deriva la notazione unificata col pedice (ϕ).

IL TERZO EFFETTO RELATIVISTICO

I *parametri ondulatori operazionali* sono riferibili al moto di tutti gli oggetti fisici, particelle materiali e fotoni, questo indica che:

il moto di ogni oggetto che si muove appare all'osservatore con caratteristiche di onda progressiva.

Questa proprietà del moto è del tutto inedita, e si deve interpretare come terzo effetto relativistico, dopo la *contrazione delle lunghezze* e la *dilatazione del tempo*. Tutti gli effetti relativistici hanno in comune tre peculiarità:

- si ricavano direttamente dalle trasformazioni di Lorentz;
- derivano dal moto relativo rispetto all'osservatore;
- sono indipendenti dalle caratteristiche fisiche dell'oggetto osservato.

Per conseguenza si deve concludere che:

- 1 - *il moto possiede intrinsecamente proprietà ondulatorie che non derivano dalla natura delle particelle, ma da una proprietà dello spazio-tempo fisico.*
- 2 - *le onde elettromagnetiche ed i fenomeni ondulatori connessi a particelle materiali sono manifestazioni del terzo effetto relativistico.*

In sintesi risulta che tutti i fenomeni di natura ondulatoria che si manifestano nel vuoto hanno una comune origine elettromagnetica, tuttavia questo è ancora troppo vago e indeterminato. In particolare l'espressione "*il moto possiede intrinsecamente proprietà ondulatorie*" non chiarisce quale sia l'elemento fisico a cui riferire i *parametri ondulatori*. Anche assumendo che si tratta di una *proprietà intrinseca dello spazio-tempo*, occorre stabilire esattamente quale sia in questo caso l'oggetto del *Principio operativo*.

Nelle onde elastiche è chiaro che questo elemento è l'energia meccanica che si propaga in forma ondulatoria. Per le onde elettromagnetiche non vi è mezzo di propagazione, quindi è ancora più evidente che si deve fare riferimento all'energia elettromagnetica che si propaga nel vuoto. Seguendo la stessa linea di pensiero anche per le particelle materiali, si devono attribuire caratteristiche ondulatorie all'energia che dà luogo alle figure di diffrazione, cioè all'energia cinetica delle particelle che si distribuisce sulla lastra fotografica.

Questo porta a concepire l'energia cinetica in modo molto concreto, simile all'idea che normalmente abbiamo della luce, ma dobbiamo superare la difficoltà psicologica che deriva dalla nostra esperienza. Quando ci colpisce una pietra vediamo la pietra e non pensiamo alla sua energia cinetica, invece quando un raggio luminoso colpisce i nostri occhi, non vediamo oggetti materiali che si muovono, ed è naturale attribuire realtà concreta all'energia luminosa.

Anche su questo è necessario affidarsi al *Principio operativo* per eliminare dal nostro ragionamento elementi psicologici derivanti dalla nostra esperienza, introdotti inavvertitamente senza giustificazione.